

تمرين 1: لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

(1) 0, 2, 4, 6, 8, 10,

(2) 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12,

(3) 1, 3, 9, 27, 81, 243,

(4) 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32,

(5) 1, 4, 9, 16, 25, 36,

تمرين 2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

(1) أحسب حدها الأول u_0

(2) أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

تمرين 3: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة الترجيعية

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$

تمرين 4: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+1}{2n+1}$$

1. بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{2} < u_n \leq 1$

2. ماذا يمكن أن نقول عن المتتالية (u_n) ؟

تمرين 5: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

(1) أحسب u_1 بين أن المتتالية (u_n) مصغورة بالعدد 1

تمرين 6: أدرس رتبة المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

تمرين 7: أدرس رتبة المتتالية (v_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{n}$$

تمرين 8: أدرس رتبة المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-n}{n+2}$$

تمرين 9: أدرس رتبة المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq -\frac{3}{7} \quad \text{واستنتج أن: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{5n-3}{2n+7}$$

تمرين 10: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n-1)}{u_n+2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية (u_n) مصغورة بالعدد 2

2. بين أن المتتالية (u_n) مكبورة بالعدد 4

3. ماذا تستنتج ؟

4. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

تمرين 11: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية (u_n) مصغورة بالعدد 1

2. بين أن المتتالية (u_n) مكبورة بالعدد 2

3. ماذا تستنتج ؟

4. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

تمرين 12: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+3}{4}$$

بين أن المتتالية (u_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

تمرين 13: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و $u_6 = 31$

(1) أحسب u_0 (2) أكتب u_n بدلالة n (3) أحسب: u_{2015} ثم u_{2016}

تمرين 14: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r و بحيث $u_0 = 5$

$$u_{100} = -45 \quad \text{و}$$

(1) حدد r (2) أحسب: u_{2015} و u_{2016}

تمرين 15: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{-1}{2 + u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. أحسب $v_{n+1} - v_n$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3. بين بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-3n+2}{3n+1}$

4. أكتب v_n بدلالة n

5. استنتج طريقة أخرى لكتابة u_n بدلالة n

تمرين 16: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{3 + u_n} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{1+u_n}$

1. أحسب $v_{n+1} - v_n$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

2. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 17: لتكن المتتالية الحسابية $(u_n)_{n \geq 1}$ الذي أساسها $r = 3$

وحدها الأول $u_0 = 5$

1) أكتب u_n بدلالة n وأوجد الحد التاسع

2) أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{13}$

تمرين 18:

1. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0 = 1$

أحسب المجموع التالي : $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -2$ وحدها الأول $u_0 = 4$

أحسب المجموع التالي : $S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \dots + u_{25}$

تمرين 19: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة

التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n$

1. أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

2. أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$ وماذا تستنتج ؟

تمرين 20: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$

بحيث : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5 \times 3^{2n+1}$

بين أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية و حدد أساسها q وحدها الأول

تمرين 21: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث :

$u_2 = \frac{9}{2}$ و $u_5 = \frac{243}{2}$

حدد q أساس المتتالية (u_n) و أكتب u_n بدلالة n

تمرين 22: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0 = 81$

وأساسها : $q = \frac{1}{3}$

1) أكتب u_n بدلالة n 2) أحسب u_1 و u_2 و u_3

3) حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 1$

تمرين 23: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0 = 5$

و $u_3 = 40$

1. تحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو $q = 2$

2. أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_4

3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 160$

تمرين 24: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة

بالصيغة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 3 \times u_n$

1. تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية

2. عبر عن u_n بدلالة n

3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_5$

تمرين 25: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث : $u_5 = 486$

و $u_7 = 4374$ و أساسها $q > 0$

1) حدد أساس المتتالية (u_n) 2) أحسب u_0 و u_{10}

3) أكتب u_n بدلالة n

4) أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_5 + \dots + u_{2009}$

تمرين 26: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 3$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_0 و v_0 و v_1

2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 3$

3. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

4. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

5. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

6. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

تمرين 27: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6}{1+u_n} \\ u_0 = 3 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية

العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية و حدد أساسها q وحدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

4. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

تمرين 28: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية

العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب u_2 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين 29: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n} \\ u_0 = 1 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية

العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين 30: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \\ u_0 = 3 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

تمرين 35: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 3$

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

3. أبين أن (v_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 36: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 4$

$$u_{20} = 144 \text{ و}$$

1. حدد r و أكتب u_n بدلالة n

2. أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$

3. حدد n علما أن $u_n = 291$

تمرين 37: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n = u_n - 2$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1

2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين 38: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2} \\ u_0 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية العددية (u_n) مكبورة بالعدد 2

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

تمرين 39: لتكن (u_n) متتالية هندسية و أساسها $q > 0$ بحيث :

$$u_5 = \frac{1}{32} \text{ و } u_7 = \frac{1}{128}$$

حدد q أساس المتتالية (u_n) وحدها الأول u_0 و أكتب u_n بدلالة n

1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 2$

3. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

5. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

6. أحسب المجموع التالي : $S_2 = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{11}$

تمرين 31: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 1$

3. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 32: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = -1 - \frac{1}{4u_n} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{2u_n + 1}$$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3

2. بين أن : (v_n) متتالية حسابية

3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 33: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 1$

2. أبين أن (v_n) متتالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 34: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{7u_n + 3}{3u_n + 7} \\ u_0 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 1$

2. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

3. أبين أن (v_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

