

تمرين 6: حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left(\sqrt{4} = 2 \right) \text{ أو } \left(\frac{1}{2} \in \mathbb{N} \right)$$

$$B \left((-2)^2 > 3 \right) \text{ أو عدد فردي } (3)$$

$$C \left(\sqrt{2} \leq 1 \right) \text{ أو } (\pi = 3.14)$$

تمرين 7: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \Rightarrow (0, 1 \in \mathbb{N}) \text{ (عدد فردي)}$$

$$B \Rightarrow (-1 \in \mathbb{N}) \text{ (عدد زوجي)}$$

تمرين 8: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$p \left(\sqrt{3} \geq 1 \right) \Rightarrow \left((-2)^2 = -4 \right)$$

$$q \left(\frac{6}{2} = 2 \right) \Rightarrow \left(\sqrt{5} < 3 \right)$$

تمرين 9: أتمم ملاً الجدول التالي :

p	q	\bar{p}	\bar{q} أو \bar{p}	$(p \Rightarrow q)$
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

(2) ماذا تلاحظ؟

تمرين 10:

حدد نفي العبارة الآتية: " $x = -3$ أو $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$ "

تمرين 11: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$p \left(2\sqrt{3} \geq \sqrt{10} \right) \Leftrightarrow \left((5\sqrt{2})^2 = 50 \right)$$

$$q \quad -6 \in \mathbb{N} \Leftrightarrow (1 \geq 3)$$

تمرين 12: نعتبر التعبير التالي: $x^2 - x \geq 0$; ($x \in \mathbb{R}$)

(1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x = 2$

(2) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x = \frac{1}{2}$

(3) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x = -1$

(4) هل التعبير صحيح أم خاطئ؟

تمرين 13: نعتبر التعبير التالي: $n^2 \geq 0$; ($n \in \mathbb{N}$)

(1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $n = 2$

(2) هل توجد قيم ل: n لا تحقق التعبير السابق؟

تمرين 14: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left((\forall x \in \mathbb{R}); x^2 > 0 \right)$$

تمرين 1:

(1) أنقل الجدول التالي ثم ضع العلامة "x" في الخانة المناسبة .

صحيحة	خاطئة	
		كل زوجي قابل للقسمة على 4
		مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي
		$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$
		إذا كان n^2 عددا فرديا فإن n عدد فردي
		المعادلة: $x^2 = -1$ تقبل حلا في \mathbb{R}
		جميع المستقيمات المتعامدة في الفضاء متقاطعة
		114516 مضاعف للعدد 4
		$((-2)^2 = -4)$

(2) هل توجد من بين الجمل الواردة في الجدول أعلاه جمل صحيحة وخاطئة في آن واحد؟

تمرين 2:

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية:

$$\bullet \left((-2)^2 = 4 \right)$$

$$\bullet q \quad \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

تمرين 3: حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة

من العبارات الآتية :

$$\left((-2)^2 = 4 \right) \text{ و } \left(\sqrt{3} \geq 1 \right)$$

$$q \quad \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \text{ و } \left(\frac{7}{2} > 3 \right)$$

تمرين 4:

حدد قيمة حقيقة العبارات الآتية :

$$A \left(\sqrt{3} \geq 1 \right) \text{ و } \left((-2)^2 > 3 \right)$$

$$B \quad \sqrt{2} \in \mathbb{Q} \text{ و } \left(\sqrt{3} + \sqrt{2} > 3 \right)$$

$$C \left((\pi = 3.14) \text{ و } (\sqrt{2} \leq 1) \right)$$

تمرين 5: حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left(\frac{5}{2} \geq 1 \right) \text{ أو } \left((-2)^2 = -4 \right)$$

$$B \quad (-3 \in \mathbb{N}) \text{ أو } (5 < 3)$$

تمرين 25: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$P (\forall x \in \mathbb{R}); x^2 \geq x "$$

تمرين 26: ليكن $x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$

$$\text{بين أن: } x + y > 1 \Rightarrow y > \frac{1}{2} \text{ و } x > \frac{1}{2}$$

تمرين 27: بين باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس

$$\text{أنه : إذا كان : } [x \in]1; +\infty[\text{ و } y \in]1; +\infty[$$

$$(x \neq y) \Rightarrow (x^2 - 2x \neq y^2 - 2y)$$

تمرين 28: ليكن $x \in \mathbb{R}$: بين أن $\frac{x+2}{x+5} \neq 2 \Rightarrow x \neq -8$

تمرين 29: $x \in]1; +\infty[$ و $y \in]2; +\infty[$

$$\text{بين أن: } (x \neq y) \Rightarrow (x^2 - 3x \neq y^2 - 3y)$$

تمرين 30: بين أن $(\forall a \in \mathbb{R}); (\forall b \in \mathbb{R}) a^2 + b^2 \geq 2ab$

تمرين 31: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات:

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } (E): |3x - 6| = 1$$

تمرين 32: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } 3 + 2|x - 4| = x + 5$$

تمرين 33: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } (E): x^2 - |x+1| + 1 = 0$$

تمرين 34: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{بين أن: } n^2 + n$$

$$\text{عدد زوجي } \forall n \in \mathbb{N}$$

تمرين 35: بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن:

$$\forall x \in \mathbb{R} / \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \neq 1$$

تمرين 36: $n \in \mathbb{N}$ بين أنه إذا كان n^2 عدد زوجي

$$\text{فان: } n \text{ عدد زوجي}$$

تمرين 37: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 3^n \geq 1 + 2n$$

تمرين 38: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 3^n \geq 1 + n$$

تمرين 39: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 2^n \geq 1 + n$$

تمرين 40: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

تمرين 41: بين $n^3 + 2n$ يقبل القسمة على 3

$$\text{مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي } n$$

تمرين 42: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \times (n+1) \times (2n+1)}{6}$$

تمرين 43: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

تمرين 44: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

$$B'' (\forall n \in \mathbb{N}); 2^n > 5(n+1) "$$

$$C'' \exists x \in \mathbb{N}, 2x - 1 = 0 "$$

$$D'' (\forall n \in \mathbb{N}); \frac{n}{4} \notin \mathbb{N} "$$

$$E'' n > 4 \Rightarrow n > 2 "$$

تمرين 15: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$1. " \forall x \in \mathbb{R} / x^2 > 0 "$$

$$2. " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 = 0 "$$

$$3. " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \text{عدد فردي} "$$

$$4. " (2 < \sqrt{3}) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} / \frac{n}{2} \in \mathbb{N} "$$

$$5. (\forall x \in \mathbb{R}); -1 \leq \cos x \leq 1$$

$$6. (\forall n \in \mathbb{N}); (\exists m \in \mathbb{N}): n < m$$

$$7. (\exists n \in \mathbb{N}) \text{ عدد زوجي } 2n + 1$$

$$8. (\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$$

$$9. (\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}): y - x > 0$$

$$10. (\exists! x \in \mathbb{R}); 2x + 4 = 0$$

$$11. (\exists! x \in \mathbb{R}); x^2 = 2$$

$$12. (\exists x \in \mathbb{Z}); \frac{x}{4} \in \mathbb{Z}$$

$$13. (\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}): y^2 = x$$

تمرين 16: حدد العبارة النافية للعبارات الآتية :

$$1. (\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$$

$$2. (\exists x \in \mathbb{Z}): \frac{x}{4} \in \mathbb{Q} \text{ و } x^2 - 2 = 0$$

3. كل الأشجار غير مثمرة في المؤسسة

تمرين 17: حدد العبارة النافية للعبارات الآتية

$$1. (\forall n \in \mathbb{N}); 2^n > 5(n+1)$$

$$2. " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 = 0 \text{ و } -\frac{3}{2} \in \mathbb{Q} "$$

$$3. (\forall n \in \mathbb{N}); (\exists m \in \mathbb{N}): n < m$$

$$4. \text{كل مثلث قائم الزاوية له زاوية حادة}$$

$$5. \text{توجد نافذة في المؤسسة مكسورة (6)}$$

تمرين 18: حدد العبارة النافية للعبارات الآتية:

$$1. P; (\forall x \in \mathbb{R}): x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$$

$$2. Q; (\exists x \in \mathbb{R}): x < 2 \Rightarrow x^2 \geq 2015$$

$$\text{تمرين 19: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن } \sqrt{2} < x < 5 \Rightarrow 3 < x^2 + 1 < 26$$

$$\text{تمرين 20: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن } 2\sqrt{3} < x < 10 \Rightarrow 9 < x^2 - 3 < 97$$

$$\text{تمرين 21: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن: } 2 < x < 4 \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{x-1} < 1$$

$$\text{تمرين 22: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن: } -2 < x < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-3x+5}{3} < \frac{11}{x+4} < \frac{11}{2}$$

تمرين 23: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$P (\forall x \in \mathbb{R}^*); x + \frac{1}{x} \geq 2 "$$

تمرين 24: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$p " \forall x \in]0; 1[\text{ و } \forall y \in]0; 1[, 0 < \frac{x+y}{xy(1-xy)} < 1 "$$

تمرين 45: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 5^0 + 5^1 + 5^2 \dots + 5^n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$$

تمرين 46 (1): بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} : 3^0 + 3^1 + 3^2 \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad 12n + 14 \geq 6(n+1) + 7 \quad (أ)$$

(ب) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن : $\forall n \geq 6 \quad 2^n \geq 6n + 7$

تمرين 47: بين أنه مهما يكن n من \mathbb{N}^* .

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n \times (n+1) = \frac{1}{3} n \times (n+1) \times (n+2)$$

تمرين 48: بين أنه مهما يكن n من \mathbb{N}^* .

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} = \frac{n \times (n+3)}{4(n+1) \times (n+2)}$$

تمرين 49: بين أنه مهما يكن n من \mathbb{N} .

$$15 \text{ يقبل القسمة على } b_n = 4^{2n+2} - 1$$

تمرين 50: بين أنه مهما يكن n من \mathbb{N} .

$$n^3 - n \text{ يقبل القسمة على } 6$$

تمرين 51 (1): بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 11^{n+1} - 1 = 10 \times 11^n + 11^n - 1$

(2) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن: $11^n - 1$

مضاعف للعدد 10 $\forall n \in \mathbb{N}$

تمرين 52: نضع : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_n = 3^{2n} - 2^n$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_{n+1} = 2A_n + 7 \times 3^{2n} \quad (1)$$

(2) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن: A_n مضاعف للعدد 7 $\forall n \in \mathbb{N}^*$

تمرين 53: ليكن a عدد حقيقي موجب قطعاً

(1) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N}; (1+a)^n \geq 1 + n \times a$

(2) استنتج أن: $2^n > n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

تمرين 54: حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارة التالية مبرراً جوابك ببرهان

$$(P) \quad (1) \quad \sin\left(\frac{17\pi}{2012}\right) = \frac{2013}{2012} \quad \text{et} \quad 5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$(Q) \quad (2) \quad \exists x \in \mathbb{R}; \quad -x^2 + 4x - 5 > 0$$

$$(R) \quad (3) \quad \exists x \in \mathbb{R}^+; \quad x^3 + x^2 - 3x + 1 < 0$$

$$(S) \quad (4) \quad (\forall m \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}); \quad x^2 + mx + (m-1) = 0$$

تمرين 55:

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

$$(K) \quad (1) \quad 1 + \sqrt{5} < 7\sqrt{7} \quad \text{ou} \quad 1 + 2 - 3 = \sqrt{11}$$

$$(L) \quad (2) \quad 2\sqrt{13} - 1 < 11 \Rightarrow \tan \pi = \sqrt{2} - 1$$

$$(M) \quad (3) \quad 2\sqrt{111} < 19 \Rightarrow (\sin \pi = 2 \quad \text{et} \quad 3^{2012} - 1 \geq 34)$$

$$(N) \quad (4) \quad (\exists x \in \mathbb{R})(\forall a \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}); \quad ay + 3x \geq 1$$

تمرين 56:

(1) بين بواسطة التكافؤات المتتالية أن العبارة التالية صحيحة :

$$(R) : \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}_+^2; \quad 16x^4 + 9y^4 \geq 24x^2y^2$$

(2) بين بواسطة الإستلزام المضاد للعكس أن العبارة التالية صحيحة:

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+); \quad (x \neq y \quad \text{et} \quad xy \neq 1) \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{x}}{x+1} \neq \frac{\sqrt{y}}{y+1}\right)$$

تمرين 57:

(1) أكتب العبارات التالية باستعمال الكميات و الروابط المنطقية :

(P):

"بَيِّنْ كل عددين حقيقيين سالبين ، يوجد على الأقل عدد جذري سالب ."

(Q) (2):

"مهما يكن العدد الحقيقي الموجب قطعاً t يوجد عدد طبيعي p

بحيث مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n

$$\text{فإنه إذا كان } n > p \text{ فإن } \left| \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3} - \frac{1}{2} \right| < t$$

تمرين 58:

حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارة التالية مبرراً جوابك ببرهان :

(P) (1):

$$\cos(309^\circ) = \frac{1983}{1973} \quad \text{et} \quad \sqrt{7^2} = \sqrt{2^2} + \sqrt{5^2}$$

$$(Q) \quad (2) \quad \exists x \in \mathbb{R}; \quad 3x^2 + 7x + 4 > 0$$

$$(R) \quad (3) \quad \exists x \in \mathbb{R}^+; \quad x^3 + x^2 - 4x + 1 < 0$$

(4)

$$(S) \quad (\forall k \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}); \quad 4x^2 - 4kx + (6k - 9) = 0$$

تمرين 59:

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

$$(K) \quad (1) \quad 3 + \sqrt{\pi} = \pi\sqrt{\pi} \quad \text{et} \quad \sin 30^\circ = \sqrt{0,1}$$

$$(L) \quad (2) \quad \tan \pi = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow 2\sqrt{13} - 1 < 11$$

$$(M) \quad (3) \quad 3\sqrt{5} \geq 19 \Rightarrow (\sin 9^\circ = 2 \quad \text{et} \quad \sqrt{7^{2012}} - 3 \geq 17)$$

(4)

$$(N) \quad (\exists t \in \mathbb{R})(\forall k \in \mathbb{R})(\exists m \in \mathbb{R}); \quad tm + 3k - 1 \neq 5$$