

### 1. تعريف :

لتكن  $f$  دالة متصلة على مجال  $[a;b]$  لدينا :  $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$  حيث  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على  $[a;b]$  .

### 2. خصائص :

$$\int_b^a kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx \quad \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx \quad ; \quad \int_a^a f(x)dx = 0$$
$$\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

هذه الخاصية تسمى الخطائية

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt \Rightarrow F'(x) = f(x) \quad \text{علاقة شال} \quad \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

### 3. التكامل والترتيب :

لتكن  $f$  دالة متصلة على المجال  $[a;b]$  حيث  $a < b$   $f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq 0$ .

### 4. القيمة المتوسطة لدالة متصلة :

لتكن  $f$  دالة متصلة على مجال  $[a;b]$  ( $a \neq b$ ). العدد الحقيقي  $A = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$  يسمى القيمة المتوسطة

للدالة  $f$  على المجال  $[a;b]$  . يوجد على الأقل  $c \in [a;b]$  بحيث  $A = f(c)$ .

### 5. تقنيات حساب التكامل :

- استعمال الدوال الأصلية مباشرة
- كتابة دالة جذرية كمجموع دوال جذرية
- اخطاط دوال مثلثية (صيغة أولير ومثلث باسكال)
- المكاملة بالأجزاء

$f$  و  $g$  قابلتين للاشتقاق على  $[a;b]$  و  $f'$  و  $g'$  متصلتان على  $[a;b]$  .

$$\int_a^b f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)dx$$

### 6. حساب المساحة والحجم :

أ - المساحات :

[http:// xyzmaths.e-monsite.com](http://xyzmaths.e-monsite.com)

• اذا كانت  $f$  متصلة وموجبة على  $[a;b]$  فان مساحة الحيز المحصور بين  $(C_f)$  و  $(ox)$  و  $x = a$  و  $x = b$  هي  $\int_a^b f(x)dx$  .

• اذا غيرت إشارتها  $f$  على المجال  $[a;b]$  فان مساحة الحيز هي:

$$A(\Delta) = \left| \int_c^a f(x)dx \right| + \left| \int_d^c f(x)dx \right| + \left| \int_b^d f(x)dx \right|$$

مساحة الحيز بين  $(C_g)$  و  $(C_f)$  و  $x = a$  و  $x = b$  هي

$$\left| \int_a^b (f(x) - g(x))dx \right|$$

نتكلم عن المساحة الجبرية والهندسية .

### ب الحجم

في معلم  $(o; \bar{i}; \bar{j})$  و  $f$  متصلة على  $[a;b]$  . اذا دار المنحنى على محور الافاصيل دورة كاملة فانه يولد مجسم

$$V = \int_a^b \pi f^2(x)dx$$

الدوران حجمه هو