المعادلات التفاضلية Equations différentielles

I. تعريف :

كل معادلة يكون المجهول فيها دالة وتحتوي صيغته على هذه الدالة تسمى معادلة تفاضلية.

II. معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى :

مجموعة الحلول	المعادلة
$y(x) = \alpha e^{-ax} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$	$y' + ay = 0$
$y(x) = \alpha e^{-ax} - \frac{b}{a}$	$y' + ay = b$
$y(x) =$ الحل الخاص +الحل العام	$y' + ay = f(x)$

III. معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية :

✓ $y'' + ay' + by = 0$ لحل هده المعادلة نتبع المراحل التالية:

- المعادلة المميزة : $r^2 + ar + b = 0$
- نحسب المميز للمعادلة المميزة : $\Delta = a^2 - 4b$
- نميز بين 3 حالات حسب المميز

أ – اذا كان $\Delta \succ 0$. للمعادلة المميزة حلين r_1 و r_2. إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية

$y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x} \quad (\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$

ب – اذا كان $\Delta = 0$. للمعادلة المميزة حل وحيد مزدوج هو $r = -\frac{b}{2a}$. ادن الحل العام للمعادلة التفاضلية

$y(x) = (\alpha x + \beta) e^{rx}$ مع $(\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$

ج– اذا كان $\Delta \prec 0$ فللمعادلة المميزة حلين عقديين مترافقين هما : $r_1 = p + iq$ و $r_2 = p - iq$

اذن الحل العام للمعادلة التفاضلية : $y(x) = e^{p(x)}\left(\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx)\right)$

- ***حالة خاصة*** : حل المعادلة التفاضلية $y'' + \omega^2 y = 0$ هو $y(x) = \alpha \cos(\omega x) + \beta \sin(\omega x)$