

# الدوال اللوغاريتمية

## Logarithmes

### 1. تعريف:

الدالة الأصلية للدالة:  $x \rightarrow \frac{1}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$  التي تنعدم في 1 تسمى

الدالة اللوغاريتمية النيبيرية ويرمز لها بالرمز  $\ln$  أو  $\log$

$$\ln(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (\ln(x))' = \frac{1}{x} \\ \ln(1) = 0 \end{cases}$$

### 2. خصائص:

لدينا:

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^*_+$$

$$\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$$

$$\ln(x) > \ln(y) \Leftrightarrow x > y$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

$$r \in \mathbb{R} \quad \ln(x)^r = r \ln(x)$$

$$\ln(1) = 0 \text{ و}$$

### 3. المشتقة:

$f$  قابلة للاشتقاق على مجال  $I$  بحيث  $f(x) \neq 0$

$$\forall x \in I \quad [\ln(f(x))]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

### 4. النهايات:

الدالة  $\ln$  دالة متصلة و تزايدية على  $]0; +\infty[$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$$

### 5. الدالة اللوغاريتمية للأساس $a$

✓ لكل  $a \in \mathbb{R}^*_+ - \{1\}$  الدالة  $\frac{\ln(x)}{\ln(a)}$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  تسمى دالة اللوغاريتم للأساس  $a$  ويرمز لها

بالرمز  $\log_a$

✓ إذا كان  $a = e$  فإن دالة اللوغاريتم للأساس  $e$  هي دالة اللوغاريتم النيبيري .

✓ إذا كان  $a = 10$  فإن الدالة تسمى دالة اللوغاريتم العشري .

• جميع خصائص دالة اللوغاريتم النيبيري تبقى صالحة لدالة اللوغاريتم للأساس  $a$

$$\log_a(a) = 1 \quad ; \quad \log_a(1) = 0$$